

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和 7 年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

1

2 0 点（問 1 ～問 5 各 4 点）

問 1	$x=3n+2、y=5n+3$	
問 2	$-6<a<-2$	
問 3	$x=\frac{7}{6}\pi、\frac{11}{6}\pi$ のとき、最小値 -7	
問 4	最大公約数 $(x-1)(x+2)$	最小公倍数 $(x-1)(x+2)(3x-2)$
問 5	45°	

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

2

20点 (問1(1)～(2) 各4点、問2(1)～(3) 各4点)

問1(1)

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{ より } , 2 < 4 - \sqrt{3} < 3$$

$$\text{よって、} x = 4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$x - 2 = -\sqrt{3}$$

両辺を平方すると

$$x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

問1(1)の別解1

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{ より } , 2 < 4 - \sqrt{3} < 3$$

$$\text{よって、} x = 4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$x^2 - 4x + 1 = x(x - 4) + 1 = (2 - \sqrt{3})(-\sqrt{3} - 2) + 1 = -1 + 1 = 0$$

問1(1)の別解2

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{ より } , 2 < 4 - \sqrt{3} < 3$$

$$\text{よって、} x = 4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$x^2 - 4x + 1 = (2 - \sqrt{3})^2 - 4(2 - \sqrt{3}) + 1 = 7 - 4\sqrt{3} - 8 + 4\sqrt{3} + 1 = 0$$

問1(2)

$$P(x) = 2x^4 - 7x^3 - x^2 - x - 3 \text{ とおく}$$

$$P(x) = (x^2 - 4x + 1)(2x^2 + x + 1) + 2x - 4$$

$$(1) \text{より、} x = 2 - \sqrt{3} \text{ のとき } x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$P(2 - \sqrt{3}) = 2(2 - \sqrt{3}) - 4 = -2\sqrt{3}$$

問1(2)の別解1

$$P(x) = 2x^4 - 7x^3 - x^2 - x - 3 \text{ とおく}$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \text{ より、} x^2 = 4x - 1$$

$$x^4 = (4x - 1)^2 = 16x^2 - 8x + 1 = 16(4x - 1) - 8x + 1 = 56x - 15$$

$$x^3 = x(4x - 1) = 4x^2 - x = 4(4x - 1) - x = 15x - 4$$

$$P(x) = 2(56x - 15) - 7(15x - 4) - (4x - 1) - x - 3$$

$$= 112x - 105x - 4x - x - 30 + 28 + 1 - 3$$

$$= 2x - 4$$

$$P(2 - \sqrt{3}) = 2(2 - \sqrt{3}) - 4$$

$$= -2\sqrt{3}$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

問1(2)の別解2

$$P(x) = 2x^4 - 7x^3 - x^2 - x - 3 \quad \text{とおくと}$$

$$x^2 = (2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$x^3 = (7 - 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 26 - 15\sqrt{3}$$

$$x^4 = (7 - 4\sqrt{3})^2 = 97 - 56\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} P(2 - \sqrt{3}) &= 2(97 - 56\sqrt{3}) - 7(26 - 15\sqrt{3}) - (7 - 4\sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3}) - 3 \\ &= 194 - 182 - 7 - 2 - 3 - (112 - 105 - 4 - 1)\sqrt{3} \\ &= -2\sqrt{3} \end{aligned}$$

問2(1)

$$a_n = a + (n-1)d \text{とおくと、} a_1 + a_3 = 10 \text{より、}$$

$$a + a + 2d = 10 \quad \therefore a + d = 5 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$a_2 + a_4 = 14 \text{より、} a + d + a + 3d = 14$$

$$\therefore a + 2d = 7 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}\textcircled{2} \text{より、} d = 2, a = 3$$

$$a_n = 3 + 2(n-1) = 2n + 1$$

問2(2)

$$b_n = b \cdot r^{n-1} \text{とおくと、} b_1 + b_3 = 10 \text{より、} b + br^2 = 10 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$b_2 + b_4 = 30 \text{より、} br + br^3 = 30 \quad \therefore r(b + br^2) = 30 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}\textcircled{2} \text{より、} r = 3, b = 1$$

$$b_n = 1 \cdot 3^{n-1} = 3^{n-1}$$

問2(3)

$$a_n = 2n + 1, b_n = 3^{n-1} \text{より、}$$

$$S_n = 3 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + 7 \cdot 3^2 + \cdots + (2n-1) \cdot 3^{n-2} + (2n+1) \cdot 3^{n-1}$$

$$-) 3S_n = \quad 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3^2 + 7 \cdot 3^3 + \cdots + (2n-1) \cdot 3^{n-1} + (2n+1) \cdot 3^n$$

$$S_n - 3S_n = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + \cdots + 2 \cdot 3^{n-1} - (2n+1) \cdot 3^n$$

$$-2S_n = 1 + 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + \cdots + 2 \cdot 3^{n-1} - (2n+1) \cdot 3^n$$

$$-2S_n = 1 + \frac{2(3^n - 1)}{3 - 1} - (2n+1) \cdot 3^n$$

$$2S_n = (2n+1) \cdot 3^n - 3^n + 1 - 1$$

$$S_n = n \cdot 3^n$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

3

20点 ((1)～(5) 各4点)

(1)

$$\cos \angle BAC = \frac{3^2 + 8^2 - 7^2}{2 \times 3 \times 8} = \frac{1}{2}$$

 $0^\circ < \angle BAC < 180^\circ$ より

$$\angle BAC = 60^\circ$$

(1)の別解

 $\triangle BAC$ の面積を S とすると、

$$\frac{3+8+7}{2} = 9 \text{ より、} S = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)} = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 8 \times \sin \angle BAC = 6\sqrt{3}$$

$$\sin \angle BAC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\angle BAC = 60^\circ, 120^\circ$$

 $BC < AB$ より、 $\angle BAC$ は最大の角ではないので、 $\angle BAC < 90^\circ$ よって、 $\angle BAC = 60^\circ$

(2)

ADは $\angle BAC$ の二等分線なので、 $AB:AC = BE:EC$

$$BE = 7 \times \frac{8}{8+3} = \frac{56}{11}$$

(3)

$$\angle BAC = 60^\circ \text{ より、} \angle BDC = 120^\circ$$

また、ADは $\angle BAC$ の二等分線なので、 $\angle BAD = \angle DAC$ よって、 $BD = CD$ $BD = CD = x$ とおくと、

$$7^2 = x^2 + x^2 - 2 \times x \times x \times \cos 120^\circ$$

$$49 = 3x^2$$

$$x^2 = \frac{49}{3}$$

 $x > 0$ より

$$\therefore x = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$CD = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

3

(4)

 $\triangle ABE$ と $\triangle CDE$ において $\widehat{AC}$ の円周角より $\angle ABE = \angle CDE \dots \textcircled{1}$ また、対頂角は等しいので $\angle AEB = \angle CED \dots \textcircled{2}$ ①、②より2組の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABE \sim \triangle CDE$

相似比は等しいので

$$BE : DE = AB : CD$$

$$\frac{56}{11} : DE = 8 : \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore DE = \frac{49\sqrt{3}}{33}$$

(4)の別解

$$\frac{1}{2} \times AC \times AE \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times AB \times AE \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times AC \times AB \times \sin 60^\circ$$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times AE \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 8 \times AE \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AE = \frac{24\sqrt{3}}{11}$$

方べきの定理より、 $CE \cdot EB = AE \cdot DE$

$$\frac{21}{11} \times \frac{56}{11} = \frac{24\sqrt{3}}{11} \times DE$$

$$\therefore DE = \frac{21 \times 56}{11 \times 24\sqrt{3}} = \frac{49\sqrt{3}}{33}$$

(5)

 $\triangle AEC$ と $\triangle BED$ において、

$$\angle CAE = \angle DBE = 30^\circ$$

$$\angle CEA = \angle DEB \text{ (対頂角)}$$

よって、対応する2組の角の大きさがそれぞれ等しいので、

$$\triangle AEC \sim \triangle BED$$

$$CE : DE = \left(7 - \frac{56}{11}\right) : \frac{49\sqrt{3}}{33} = \frac{21}{11} : \frac{49\sqrt{3}}{33} = 9 : 7\sqrt{3}$$

$$\triangle AEC : \triangle BED = CE^2 : DE^2 = 81 : 147 = 27 : 49$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

4

20点 ((1)5点、(2)3点、(3)5点、(4)4点、(5)3点)

(1)

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta \cdots \cdots \textcircled{1}$$

【証明】

1) $n=1$ のとき、

$$(\text{左辺}) = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$(\text{右辺}) = \cos \theta + i \sin \theta$$

よって、 $n=1$ のとき①は成り立つ。2) $n=k$ ($k \geq 1$) のとき①が成り立つと仮定すると、

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^k = \cos k\theta + i \sin k\theta \cdots \cdots \textcircled{2}$$

よって、 $n=k+1$ のとき、

$$(\text{左辺}) = (\cos \theta + i \sin \theta)^{k+1}$$

$$= (\cos \theta + i \sin \theta)^k (\cos \theta + i \sin \theta)$$

②より、

$$(\text{左辺}) = (\cos k\theta + i \sin k\theta) (\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$= \cos k\theta \cos \theta - \sin k\theta \sin \theta + i(\sin k\theta \cos \theta + \cos k\theta \sin \theta)$$

$$= \cos(k+1)\theta + i \sin(k+1)\theta$$

$$(\text{右辺}) = \cos(k+1)\theta + i \sin(k+1)\theta$$

よって、 $n=k+1$ のとき①は成り立つ。1)、2)より、すべての自然数 n に対して、①が成り立つことが、
数学的帰納法によって示された。

(証明終)

(2)

$$z = \cos \frac{2}{5}\pi + i \sin \frac{2}{5}\pi \text{ より、}$$

$$z^5 = \left(\cos \frac{2}{5}\pi + i \sin \frac{2}{5}\pi \right)^5$$

$$= \cos 2\pi + i \sin 2\pi$$

$$= 1$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

4

(3)

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$$

$x=0$ は明らかに解ではないので、 $x \neq 0$

両辺を x^2 で割ると、

$$x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = t$ とおくと、

$$t^2 + t - 1 = 0$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ のとき、

$$x + \frac{1}{x} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$2x^2 - (-1 + \sqrt{5})x + 2 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1 + \sqrt{5} \pm \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2 - 16}}{4} \\ &= \frac{-1 + \sqrt{5}}{4} \pm \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}i \end{aligned}$$

$t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ のとき、

$$x + \frac{1}{x} = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$2x^2 - (-1 - \sqrt{5})x + 2 = 0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1 - \sqrt{5} \pm \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2 - 16}}{4} \\ &= \frac{-1 - \sqrt{5}}{4} \pm \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}i \end{aligned}$$

よって、

$$x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4} \pm \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}i, \quad \frac{-1 - \sqrt{5}}{4} \pm \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}i$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

4

(4)

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$$

$x=1$ は明らかに解ではないので、 $x-1 \neq 0$

よって、両辺に $x-1$ をかけても同値関係はこわれない。

$$(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x^5 - 1 = 0$$

したがって、 x は $x^5 - 1 = 0$ の虚数解である。

$x = \cos \theta + i \sin \theta$ とおくと、

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^5 = 1$$

$$\cos 5\theta + i \sin 5\theta = \cos 2n\pi + i \sin 2n\pi \quad (\text{ただし、} n \text{ は整数})$$

$$\text{よって、} 5\theta = 2n\pi \quad \therefore \theta = \frac{2n}{5}\pi$$

$$n=1 \text{ のとき、} x = \cos \frac{2}{5}\pi + i \sin \frac{2}{5}\pi$$

$$\cos \frac{2}{5}\pi > 0, \sin \frac{2}{5}\pi > 0 \text{ なので、}$$

(3)より、

$$\cos \frac{2}{5}\pi = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}, \sin \frac{2}{5}\pi = \frac{\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{4}$$

(5)

正十角形の面積を S とすると、

$$S = 10 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin \frac{\pi}{5}$$

$$\sin \frac{\pi}{5} > 0 \text{ であるから}$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi}{5} &= \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{2}{5}\pi}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{1 - \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{8}} \\ &= \frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4} \end{aligned}$$

$$\text{よって、} S = \frac{5\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

5

20点（問1 4点、問2(1)4点、(2)5点、(3)2点、(4)5点）

問1

$$\begin{aligned}
 (\log x)' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(x+h) - \log x}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{x}{h} \log \left(1 + \frac{h}{x} \right)
 \end{aligned}$$

$$\frac{h}{x} = k \text{ とおくと、 } h \rightarrow 0 \text{ のとき、 } k \rightarrow 0$$

$$\text{また、 } \frac{x}{h} = \frac{1}{k}$$

$$(\log x)' = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log(1+k)^{\frac{1}{k}}$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} (1+k)^{\frac{1}{k}} = e \text{ より、}$$

$$(\log x)' = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log(1+k)^{\frac{1}{k}} = \frac{1}{x} \log e = \frac{1}{x}$$

問2(1)

$$f(x) = \log x - (ax + b)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - a$$

$x=1$ で極大値2をとるので、

$$f'(1) = 1 - a = 0$$

$$f(1) = \log 1 - (a + b) = 2$$

$$a = 1, b = -3$$

$$\text{このとき、 } f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

$$0 < x < 1 \text{ において、 } f'(x) > 0$$

$$1 < x \text{ において、 } f'(x) < 0$$

よって、 $x=1$ において極大となる。

$$a = 1, b = -3$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和 7 年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

5

問 2 (2)

$a=1、b=-3$ より、

$$f(x)=\log x-(x-3)$$

$$f'(x)=\frac{1}{x}-1$$

$$f'(x)=0\text{より、}x=1$$

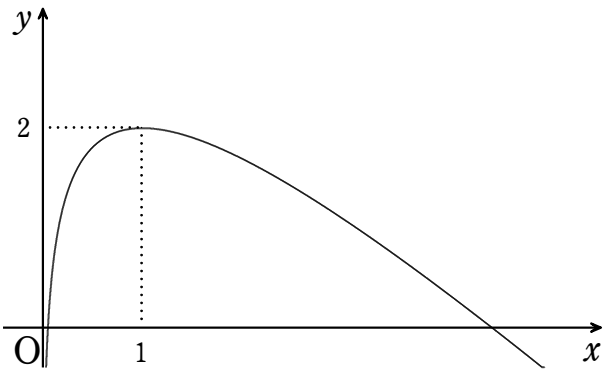
$$f''(x)=-\frac{1}{x^2}$$

よって、 $x>0$ において、次の増減表を得る。

x	0	...	1	...
$f'(x)$		+	0	-
$f''(x)$		-		-
$f(x)$			2	

$\lim_{x \rightarrow +0} (\log x - x + 3) = -\infty$ より、直線 $x=0$ は漸近線

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\log x - x + 3) = \lim_{x \rightarrow \infty} \{3 - (x - \log x)\} = -\infty$$



高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

5

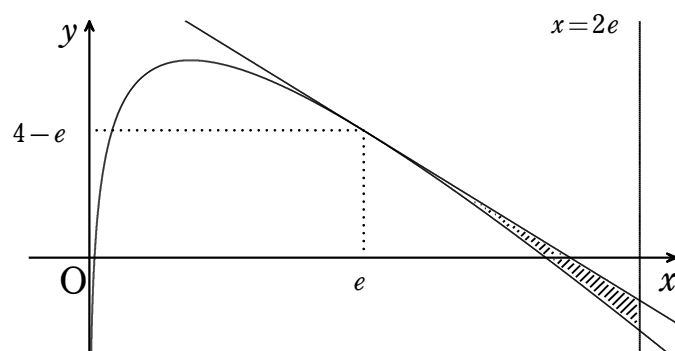
問2(3)

$$f'(e) = \frac{1}{e} - 1 = \frac{1-e}{e}$$

よって、接線 ℓ の式は、

$$y = \frac{1-e}{e}(x-e) + 4-e = -\frac{e-1}{e}x - 1 + e + 4 - e = -\frac{e-1}{e}x + 3$$

問2(4)

求める面積を S とすると、

$$\begin{aligned}
 S &= \int_e^{2e} \left\{ -\frac{e-1}{e}x + 3 - (\log x - x + 3) \right\} dx \\
 &= \int_e^{2e} \left(\frac{1}{e}x - \log x \right) dx \\
 &= \frac{1}{2e} \left[x^2 \right]_e^{2e} - \left[x \log x - x \right]_e^{2e} \\
 &= \frac{1}{2e} (4e^2 - e^2) - \{ (2e \log 2e - 2e) - (e - e) \} \\
 &= \frac{3}{2}e - 2e(\log 2 + 1) + 2e \\
 &= \frac{e}{2}(3 - 4\log 2)
 \end{aligned}$$