

令和7年度長崎県公立学校 教員採用選考第1次試験問題

教科・科目

高校 数学

受験番号		氏名	
------	--	----	--

実施日 令和6年6月16日（日）

令和7年度長崎県公立学校教員採用選考試験

高校数学

※解答はすべて解答用紙の該当欄に記入すること。ただし、

1

は答えのみを明記し、

1

以外は特に指示がない限りは答えのみではなく、答えに至る過程も明記すること。

1

次の各問いに答えよ。

問1 x, y を整数とすると、 $5x - 3y = 1$ を満たす x, y を整数 n を用いて表せ。

問2 x に関する2次方程式 $x^2 + 2ax + a + 6 = 0$ が異なる2つの正の解をもつときの実数 a の値の範囲を求めよ。

問3 $0 \leq x < 2\pi$ のとき、 $f(x) = -2\cos 2x + 4\sin x - 4$ の最小値と、そのときの x の値を求めよ。

問4 2つの整式 $P(x) = 3x^3 + x^2 - 8x + 4$ 、 $Q(x) = x^2 + x - 2$ の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

問5 2つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ に対して、 $|\vec{a}| = 2\sqrt{5}$ 、 $|\vec{b}| = \sqrt{10}$ 、 $|\vec{a} + \vec{b}| = 5\sqrt{2}$ であるとき、2つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ のなす角の大きさ θ を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

2

次の各問いに答えよ。

問1 $4-\sqrt{3}$ の小数部分を x とすると、次の式の値を求めよ。

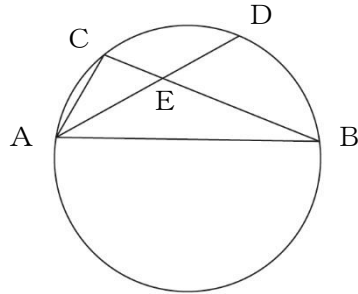
(1) x^2-4x+1

(2) $2x^4-7x^3-x^2-x-3$

問2 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ について、次の各問いに答えよ。(1) 数列 $\{a_n\}$ は等差数列で、 $a_1+a_3=10$ 、 $a_2+a_4=14$ を満たしている。数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。(2) 数列 $\{b_n\}$ は等比数列で、 $b_1+b_3=10$ 、 $b_2+b_4=30$ を満たしている。数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を求めよ。(3) $S_n=\sum_{k=1}^n a_k \cdot b_k$ とすると、 S_n を n の式で表せ。

3

図のように、 $\triangle ABC$ は円 O に内接している。 $AB=8$ 、 $BC=7$ 、 $AC=3$ 、 $\angle BAC$ の二等分線と円との交点を D 、線分 BC と線分 AD の交点を E とすると、次の各問いに答えよ。



- (1) $\angle BAC$ の大きさを求めよ。
- (2) 線分 BE の長さを求めよ。
- (3) 線分 CD の長さを求めよ。
- (4) 線分 DE の長さを求めよ。
- (5) 面積比 $\triangle AEC : \triangle BED$ を求めよ。

4

次の各問いに答えよ。ただし、 i は虚数単位とする。

- (1) n を自然数とすると、 $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ であることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (2) $z = \cos \frac{2}{5}\pi + i \sin \frac{2}{5}\pi$ とするとき、 z^5 の値を求めよ。
- (3) $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ の解を極形式を用いずに、 $a + bi$ (a, b は実数とする)の形式で答えよ。
- (4) $\cos \frac{2}{5}\pi$ と $\sin \frac{2}{5}\pi$ の値を求めよ。
- (5) 半径1の円に内接する正十角形の面積を求めよ。

5

次の各問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

問1 底を e とする対数関数 $y=\log x$ の導関数を定義に基づいて求めよ。

問2 対数の底を e とする関数 $f(x)=\log x-(ax+b)$ が、 $x=1$ で極大値 2 をとるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) a 、 b の値を求めよ。
- (2) 関数 $y=f(x)$ の増減、グラフの凹凸、及び漸近線を調べ、グラフの概形をかけ。

ただし、必要であれば、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \log x) = \infty$ を用いてもよい。

- (3) $y=f(x)$ のグラフ上の点 $(e, f(e))$ における接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (4) 関数 $y=f(x)$ のグラフと(3)の接線 ℓ および直線 $x=2e$ で囲まれた部分の面積を求めよ。