

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和9年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

1 22点 (問1 4点、問2 5点、問3問4 4点、問5 5点)

問1	37
問2	$3 < a \leq 4$
問3	$\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$
問4	$a_1 = 5, a_n = 2n + 2 (n \geq 2)$
問5	$\log 2$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和9年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

2 20点 (問1 問2 4点、問3 5点、問4 7点)

問1

$f'(x) = 1 - \cos x$
 $-1 \leq \cos x \leq 1$ より、 $0 \leq 1 - \cos x \leq 2$ なので $f'(x) \geq 0$ となる。
よって、 $f(x)$ は単調増加する。

問2

$-1 \leq \sin x \leq 1$ より $x - 1 \leq x - \sin x \leq x + 1$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - 1) = \infty$ となる
よって、(追い出しの原理より) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

問3

$f(0) = 0$ 、問1から $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ では $f(x) \geq 0$ となる。

よって

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x) dx = \left[\frac{x^2}{2} + \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi^2}{8} - 1$$

問4

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - 2x \sin x + \sin^2 x) dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^3}{24}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = [-x \cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-\cos x) dx$$

$$= 0 - [-\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 1$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right) dx$$

$$= \left[\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{4}$$

$$\text{よって、} V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x)^2 dx = \frac{\pi^4}{24} + \frac{\pi^2}{4} - 2\pi$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和9年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

3 20点(問1(1) 3点、問1(2) 6点、問2(1) 4点、問2(2) 7点)

問1(1)

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$$

問1(2)

(1)より x 軸に垂直な直線は条件を満たさない。求める直線の傾きを m とすると、 $y = m(x-1) + 4$ と表せる。点(4, 3)と直線 $mx - y - m + 4 = 0$ の距離が円の半径1と一致すれば条件を満たす。

よって点と直線の公式より

$$\frac{|4m - 3 - m + 4|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 1$$

$$(3m+1)^2 = m^2 + 1^2 \quad 8m^2 + 6m = 0 \quad m(4m+3) = 0 \quad m = -\frac{3}{4}, 0$$

よって、 $3x+4y-19=0$ 、 $y=4$

(別解)

接点 (s, t) とする。この点は問1の円周上に存在するので、 $(s-4)^2 + (t-3)^2 = 1 \dots \textcircled{1}$ このとき接線の方程式は $(s-4)(x-4) + (t-3)(y-3) = 1$ と表せる。... (※)この直線が点(1, 4)を通るので $(s-4)(1-4) + (t-3)(4-3) = 1 \quad t = 3s - 8 \dots \textcircled{2}$

$$\textcircled{1}、\textcircled{2}より、(s-4)^2 + (3s-11)^2 = 1$$

$$10s^2 - 74s + 136 = 0$$

$$5s^2 - 37s + 68 = 0$$

$$(5s-17)(s-4) = 0$$

$$s = \frac{17}{5}, 4$$

よって、 $\textcircled{2}$ より $(s, t) = \left(\frac{17}{5}, \frac{11}{5}\right), (4, 4)$ (※)より、それぞれの接線の方程式は $3x+4y-19=0$ 、 $y=4$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和9年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

3

問2 (1)

$$\begin{aligned}
 t &= x^2 + 2x + 3 \\
 &= (x + 1)^2 + 2 \\
 (x + 1)^2 \geq 0 \text{ より } t &\geq 2
 \end{aligned}$$

問2 (2)

(1)より $t \geq 2$ から真数条件を満たし、 $\log_2 t > 0$ 、 $\frac{1}{\log_2 t} > 0$

よって相加平均と相乗平均の関係より

$$y = \log_2 t + \frac{1}{\log_2 t} \geq 2 \sqrt{\log_2 t \cdot \frac{1}{\log_2 t}} = 2$$

等号成立は $\log_2 t = \frac{1}{\log_2 t}$ のとき

$$(\log_2 t)^2 = 1 \quad \log_2 t = 1 \quad (\text{なぜなら } \log_2 t > 0)$$

よって $t = 2$

$$\text{このとき (1) より } (x + 1)^2 + 2 = 2 \quad (x + 1)^2 = 0$$

よって $x = -1$

以上より $x = -1$ のとき最小値 $y = 2$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和9年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

4 18点(問1(1) 3点、問1(2) 6点、問2(1) 3点、問2(2) 6点)

問1(1)

$${}_3C_2 \cdot \left(\frac{2}{8}\right)^2 \left(\frac{6}{8}\right) = \frac{9}{64}$$

問1(2)

(I) 6が1回出るとき、残りの目は3が1回と3の倍数ではない目が1回である。

$$3! \cdot \left(\frac{1}{8}\right) \left(\frac{1}{8}\right) \left(\frac{6}{8}\right) = \frac{36}{512}$$

(II) 6が2回出るとき、残りの目は3の倍数ではない目が1回である。

$${}_3C_2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 \left(\frac{6}{8}\right) = \frac{18}{512}$$

(I)(II)より、3の倍数の目がちょうど2回出て、その出た目の中に6が含まれる確率は

$$\frac{36}{512} + \frac{18}{512} = \frac{54}{512}$$

$$(1) \text{ と合わせて求める条件付き確率は } \frac{\frac{54}{512}}{\frac{9}{64}} = \frac{3}{4}$$

問2(1)

百の位は0以外の3通り、十の位は4通り、一の位は2通りの組み合わせがある。

よって $3 \times 4 \times 2 = 24$ 24通り

問2(2)

整数が3の倍数になるとき、それぞれの位の数の総和が3の倍数となればよい。

3つの数の組み合わせを (a, b, c) と表す。(I) 総和が3であるとき $(3, 0, 0)$ $(1, 1, 1)$ $(0, 1, 2)$ $(3, 0, 0)$ $(1, 1, 1)$ は、それぞれ1通りの組み合わせである。 $(0, 1, 2)$ は120、102、210、201の4通りである。よって $1+1+4=6$ 通り(II) 総和が6であるとき $(3, 3, 0)$ $(3, 2, 1)$ $(2, 2, 2)$ $(3, 3, 0)$ は303、330の2通り $(2, 2, 2)$ は1通り $(3, 2, 1)$ は $3! = 6$ 通りよって $1+2+6=9$ 通り(III) 総和が9であるとき $(3, 3, 3)$

これは1通り

以上より $6+9+1=16$ 通り

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和9年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

5 20点 (問1 3点、問2 4点、問3 5点、問4 各4点)

問1

$$\begin{aligned}\vec{b} \cdot \vec{c} &= |\vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos \angle BAC \\ &= 12 \cdot 12 \cdot \cos 60^\circ \\ &= 72\end{aligned}$$

問2

$$\overrightarrow{AR} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AP} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AD} = \frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\right) = \frac{3}{5}\overrightarrow{AQ}$$

$\frac{1}{3}\overrightarrow{AP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ は線分PDを2:1に内分する点を表し、AQ:AR=5:3となる。

よってPQ:QD=2:1

問3

四面体ABPQ、四面体ACDQはそれぞれ△BPQ、△CDQを底面とする三角錐とみなしたとき、高さが共通であるため、体積比と底面の面積比は一致する。

△BCDの面積を k とする。

$$\triangle BPQ \text{の面積} = k \times \frac{BP}{BC} \times \frac{PQ}{PD} = k \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}k$$

$$\triangle CDQ \text{の面積} = k \times \frac{PC}{BC} \times \frac{QD}{PD} = k \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}k$$

よって四面体ABPQの体積:四面体ACDQの体積 = $\frac{1}{2}k : \frac{1}{12}k = 6:1$

問4

問1と同様にして、 $\vec{c} \cdot \vec{d} = \vec{d} \cdot \vec{b} = 72$

$$\text{線分BCを3:1に内分する点がPより} \overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$$

$$\text{線分PDを2:1に内分する点がQより} \overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AP} + \frac{2}{3}\vec{d}$$

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}\right) + \frac{2}{3}\vec{d}$$

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{12}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c} + \frac{2}{3}\vec{d}$$

$$|\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2 = |\vec{d}|^2 = 144, \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{d} = \vec{d} \cdot \vec{b} = 72 \text{ より}$$

$$|\overrightarrow{AQ}|^2 = \left(\frac{1}{12}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c} + \frac{2}{3}\vec{d}\right) \cdot \left(\frac{1}{12}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c} + \frac{2}{3}\vec{d}\right)$$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和9年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

5

問4

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{144} |\vec{b}|^2 + \frac{1}{16} |\vec{c}|^2 + \frac{4}{9} |\vec{d}|^2 \right) + 2 \left(\frac{1}{48} \vec{b} \cdot \vec{c} + \frac{1}{6} \vec{c} \cdot \vec{d} + \frac{1}{18} \vec{d} \cdot \vec{b} \right) \\ &= \left(\frac{1}{144} \cdot 144 + \frac{1}{16} \cdot 144 + \frac{4}{9} \cdot 144 \right) + 2 \left(\frac{1}{48} \cdot 72 + \frac{1}{6} \cdot 72 + \frac{1}{18} \cdot 72 \right) \\ &= (1 + 9 + 64) + 2 \left(\frac{3}{2} + 12 + 4 \right) \\ &= 109 \\ |\overrightarrow{AQ}| &= \sqrt{109} \end{aligned}$$