Ⅱ．産業連関表の使い方（産業連関分析の原理）

産業連関業は、これをそのままの姿で読みとることによって表作成年次の産業構造を明らかにすることができるが、表作成の主たる目的は、同時に作成される投入係数表や逆行列係数表を利用した産業連関分析にある。

そこで、以下、産業連関分析の基礎となる投入係数、逆行列係数の説明と、この報告書の第１章Ⅱ県経済の機能分析で扱った手法について具体的係数を用いて解説し、産業連関分析の基本的な原理を紹介することとする。

表２は、最も簡単な２部門の産業連関表である。（ただし、簡略化のため輸移入は省略している。）

表2　産業連関表（仮設例1）

	産業１	産業２	最終需要	生産額
産業１	X_{11}	X_{12}	Y_1	X_1
産業２	X_{21}	X_{22}	Y_2	X_2
付加価値	V_1	V_2		
生産額	X_1	X_2		

※１．内生部門の添字は、行と列を表す。（一般的には、行を i、列を j の添字で示す。例えば X_{ij} は i 行と j 列の交点にある係数を示す。）

※２．外生部門及び生産額の添字は各産業の番号を表す。

X_i ：第 i 産業の生産額

X_{ij}：第 i 産業から第 j 産業への中間販売額あるいは第 j 産業が第 i 産業から購入した中間投入財額

Y_i ：第 i 産業の最終需要額

V_i ：第 i 産業の付加価値額（$i=1,2$　$j=1,2$）

表の列（タテ）の投入バランスは、次のとおり表される。

$$\left.\begin{array}{l} X_{11}+X_{21}+V_1=X_1 \\ \underbrace{X_{12}+X_{22}}_{\text{(中間投入)}}+\underbrace{V_2}_{\text{(付加価値)}}=\underbrace{X_2}_{\text{(生産額)}} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots ①$$

$$\left.\begin{array}{l} X_{11}+X_{12}+Y_1=X_1 \\ \underbrace{X_{21}+X_{22}}_{\text{(中間需要)}}+\underbrace{Y_2}_{\text{(最終需要)}}=\underbrace{X_2}_{\text{(生産額)}} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots ②$$

また、産業×産業のクロス部分は中間生産物の取引部分（内生部門）で、生産活動の面における結合関係を表している。

産業連関分析は、上記①、②式の投入・産出バランスを念頭においたうえで、まず中間取引部分における各産業相互間の結びつきを明らかにすることから始まる。すなわち、この部分に記録されている数値を加工した投入係数の作成がこれである。

１．投入係数表

（１）投入係数の意味

産業連関表の各産業部門のタテの各投入額を、その産業部門の生産額で割ったものを投入係数という。この数字は「ある産業で生産物１単位を生産するのに必要な各産業からの原材料投入量」を意味し、生産量１単位に対する投入原材料の割合を示している。

表２の仮説例で投入係数を計算すると表３のようになり、一般に次のように表される。

$$a_{ij}=\frac{X_{ij}}{X_j}=\frac{\text{第}\,i\,\text{産業から第}\,j\,\text{産業への中間投入額}}{\text{第}\,j\,\text{産業の生産額}}$$

表3　投入係数表

	産業１	産業２
産業１	a_{11}	a_{12}
産業２	a_{21}	a_{22}

すなわち、

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}=\dfrac{X_{11}}{X_1},\quad a_{12}=\dfrac{X_{12}}{X_2} \\ a_{21}=\dfrac{X_{21}}{X_1},\quad a_{22}=\dfrac{X_{22}}{X_2} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots ③$$

（付加価値率は、$v_j = V_j / X_j$ で計算され、「生産物１単位に含まれている付加価値」を表す。当然のことながら、

$$\sum_{i=1}^{2} a_{ij} + v_j = 1$$　となる。）

このように、投入係数表は各産業部門毎に投入係数を計算し、一表にまとめたもので、生産の技術的構造を示す係数の集まりである。このことにより、投入係数表の意味するところは、産業連関表の縦の費用構造に着目し、各産業が原材料投入を通じてどのような形で相互にかかわり合っているかを示すもので、この表を使って一経済体系内における産業間の生産の波及効果が計算可能となる。

ここで、投入係数の経済的意味を考えることとする。

まず、表2より需給バランスの関係は、

中間需要＋最終需要＝産出額（生産額）

となり、前述の②式で表される。

この②式を③式の投入係数を用いて書き直すと、（③式を②式に代入する）と、次のような需給バランスが求められる。

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + Y_1 = X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + Y_2 = X_2 \end{array}\right\} \cdots ④$$

④式は未知数が4個（X_1、X_2、Y_1、Y_2）の連立方程式である。したがって、例えば最終需要Y_1、Y_2に具体的な数値を与えれば、未知数はX_1、X_2の二個となり、二元一次の連立方程式を解くことによって、産業1と産業2の必要生産額（X_1，X_2）を求めることができる。

このように、最終需要と生産との間には、一定の関数が存在しており、この関数を規定しているのが投入係数である。

さらに進めてこの関係をみてみよう。

表4　産業連関表（仮設例2）

	農　業	工　業	最終需要	生産額
農　業	10(X_{11})	40(X_{12})	50(X_1)	100(X_1)
工　業	30(X_{21})	80(X_{22})	90(X_2)	200(X_2)
付加価値	60(V_1)	80(V_2)		
生産額	100(X_1)	200(X_2)		

表4は、表2の仮設例1に具体的数字を用いて表した2部門産業連関表（輸移入は省略）である。

※　Xは生産額、Yは最終需要を表し、添字の1は農業部門、2は工業部門を示す。

表4より投入係数は、次のように計算される。

表5　投入係数表

	農　業	工　業
農　業	0.1	0.2
工　業	0.3	0.4
付加価値	0.6	0.4
生産額	1.0	1.0

※計算方法

$$\begin{pmatrix} 0.1=\dfrac{10}{100} & 0.2=\dfrac{40}{200} \\ 0.3=\dfrac{30}{100} & 0.4=\dfrac{80}{200} \end{pmatrix}$$

表5の投入係数を用いて、表4の需給バランス式を求めると（すなわち、④式に代入）次のようになり、生産額は表4（仮設例2）と一致する。

$$\left.\begin{array}{l} 0.1\times100 + 0.2\times200 + 50 = 100 \\ 0.3\times100 + 0.4\times200 + 90 = 200 \end{array}\right\} \cdots ⑤$$

この需給バランス式を用いて最終需要が増加したとき、これを賄うため、各産業部門の必要生産額がどの程度増え、産業全体として生産水準がどのように決まるか計算してみよう。

いま、仮に農業部門に対する最終需要Y_1が 50 → 80 に、工業部門に対する最終需要Y_2が 90 → 150 にそれぞれ増加したと仮定する。

⑤式の需給バランス式は、X、Yを使って次のように書かれる。

$$\left.\begin{array}{l} 0.1X_1 + 0.2X_2 + Y_1 = X_1 \\ 0.3X_1 + 0.4X_2 + Y_2 = X_2 \end{array}\right\} \cdots ⑥$$

⑥式は、前に仮定したとおり、Yが既知であるから次式のように未知数が2個の二元一次連立方程式となる。

$$\left.\begin{array}{l} 0.1X_1 + 0.2X_2 + 80 = X_1 \\ 0.3X_1 + 0.4X_2 + 150 = X_2 \end{array}\right\} \cdots ⑦$$

これを解くことにより部門別産出額X_1及びX_2が求められ需給バランス式は均衡する。

すなわち、

X_1（農業の生産額）　＝　162.5

X_2（工業の生産額）　＝　331.3

これは、最終需要が農業部門で 30、工業部門で 60 それぞれ増加したとき、農業は 100 → 162.5 へ、工業は 200 → 331.3 へ生産が拡大しなければならないことを示している。

すなわち、ある作業部門に対する最終需要の増加は、それを生産している産業部門において、その増加分だけを生産すれば足りるのではなく、生産のための原材料を各産業から購入するため、各産業の生産にも影響を及ぼし、それが自部門への反響をもたらすといった誘発中間需要の派生が起こる。このように需要増加に対する直接・間接の波及効果の累積結果として、農業は 162.5、工業は 331.3 の生産が必要であることを示している。

（2）生産の逐次波及過程

これまで、最終需要の変化による生産波及の結果の測定を連立方程式を解く方法によってみた。つまり、この解法は、生産構造が最終需要の構成とある対応関係にあるという点に眼を向け、需要と供給のバランス式から導き出された需給方程式を解くものであった。したがって、生産誘発額は計算結果としてその究極的姿は求められても、生産波及の累積過程は追跡できない面を持っている。

そこで投入係数を媒介として、中間需要が次々に誘発され無限に続く逐次的誘発過程を、繰り返し計算の方法により求めることとする。

表６は、前述の表４仮設例２と表５の投入係数を用いて、同じく最終需要を農業＝80、工業＝ 150 と仮定して計算を行ったものである。

表6　生産波及の逐次繰り返し計算方法例

		農業の中間投入	工業の中間投入	誘発中間需要	最終需要
直接効果		農業部門に最終需要が80発生している。	工業部門に最終需要が150発生している。		農業　80 工業 150
間接効果	1次投入	①農業は最終需要80を生産するため 農業から80×0.1= 8を中間投入する 工業から80×0.3=24を中間投入する	①工業は最終需要150を生産するため 農業から150×0.2=30を中間投入する 工業から150×0.4=60を中間投入する	農業　8+30=38 工業 24+60=84	
	2次投入	②農業は中間需要38を生産するため 農業から38×0.1= 3.8を中間投入する 工業から38×0.3=11.4を中間投入する	②工業は中間需要84を生産するため 農業から84×0.2=16.8を中間投入する 工業から84×0.4=33.6を中間投入する	農業　3.8+16.8=20.6 工業 11.4+33.6=45.0	
	3次投入	③農業は中間需要20.6を生産するため 農業から20.6×0.1=2.06を中間投入する 工業から20.6×0.3=6.18を中間投入する	③工業は最終需要45を生産するため 農業から45×0.2= 9を中間投入する 工業から45×0.4=18を中間投入する	農業　2.06+ 9=11.06 工業　6.18+18=24.18	
		④以下、同じ計算を繰り返す。 ⑤ ・ ・ ・	④以下、同じ計算を繰り返す。 ⑤ ・ ・ ・	↓ 無限に０に近づく	

したがって、各産業の必要生産額は、直接効果による最終需要分と間接効果の中間需要分を合計して次のとおりとなる。

	最終需要分	中間需要分（１次）	（２次）	（３次）		生産誘発額（累計）
農業部門	８０＋	３８＋	２０．６＋	１１．０６＋	・・・・・・・・・・・	＝１６２．５
工業部門	１５０＋	８４＋	４５．０＋	２４．１８＋	・・・・・・・・・・・	＝３３１．３

（３）投入係数の安定性

これまで、最終需要の変化が投入係数を媒介として各産業の生産にどのような波及効果をもたらすかをみてきた。しかし、この最終需要と生産との一定の関係も、ある技術的に決まっている投入係数のはたらきを通じて実現されるものであって、もし、投入係数が常に変動しているならば、最終需要と生産波及との間に一義的な関係を求めることはできないわけである。そこで、この点を重視し、産業連関分析では、投入係数はある期間（短期的には）不変であると仮定し、これを分析上の前提としている。

たしかに、長期的にみれば、技術革新や燃料、原材料の代替などにより技術構造の変化が考えられるが、事実、各産業部門は現在ある最適な一つの生産技術を採用しているはずであり、その技術に対応した設備を備えていると思われる。そしてこの設備は、最適な技術に対応している限りある程度固定され、そこで使用される原材料も一定のものが投入されるとみることができる。この意味において投入係数は、短期的には、安定的であると解釈できる。

このことに関連して、たとえ実際の技術構造が一定であっても、投入物の相対価格の変化やプロダクトミックスの変化などによる投入係数の変化要因はいくつか考えられる。この場合においても、使用する産業連関表の投入係数を実態に即して修正して利用すれば問題はない。

２．逆行列係数表

（１）逆行列係数表の意味

まず、「逆行列」とは、単なる数学上の用語であって、通常の数について、その「逆数」を求める計算は、例えば、ａの逆行列は１／ａすなわちa^{-1}と表されるように、この通常の数に対応した計算を行列で行うにすぎない。

産業連関分析では、通常、投入係数をもとに算出されるこの逆行列（逆行列係数表）が計算の有力な道具として用いられる。

それは、生産の波及効果を測定するのに、前例のように産業部門が2部門だけであれば計算も容易であるが、実際使用されている部門数は 14 ～ 104 部門あり、これを多元連立方程式や繰り返し計算を行うことは極めて困難で、実際の分析に使用し難くなるからである。

以下、逆行列係数の見方とそれ自体のもつ経済的意味について考えることとする。

再び、前述の仮設例1について、投入係数を用いた需給バランス式を示せば、

$$\left.\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + Y_1 &= X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + Y_2 &= X_2 \end{aligned}\right\} \text{となる。(前出④式)}$$

これを行列で表すと、

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

となり、ここで投入係数の行列 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

をA、最終需要の列ベクトル $\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix}$ をY、生産額の列ベクトル $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$ をXとすれば、

$$AX + Y = X$$

これをXについて解くと

$$X - AX = Y$$

$$(I-A)\ X = Y$$

$X = (I-A)^{-1}Y$・・・・・・・・基本モデル式

となる。この $(I-A)^{-1}$ が逆行列である。

これをもとの係数行列で表せば、Iは単位行列

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ であるから

$$(I-A)^{-1} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\right]^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \end{pmatrix}^{-1}$$

となり、基本モデル式は次のように表される。

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} ⑧$$

⑧式の逆行列を具体的な計算方法で表せば次のようになる。

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1-a_{22}}{(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}} & \dfrac{a_{12}}{(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}} \\ \dfrac{a_{21}}{(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}} & \dfrac{1-a_{11}}{(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}a_{21}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix}$$

これは、各最終需要 Y_1、Y_2 が与えられたとき、その需要を満たすために、直接・間接に必要となる究極的な生産量 X_1、X_2 が導出されることを意味している。すなわち、逆行列を一度計算しておけば、連立方程式による計算をその都度行わなくとも、直ちに最終需要に対応する各部門の生産水準が得られるわけである。

ところで、最終需要から逐次的に派生する需要は逆行列を級数展開することにより、各段階ごとに計算することができる。

すなわち、実数aについて、$0 < a < 1$ のとき

$$(1-a)^{-1} = 1 + a + a^2 + \cdots\cdots$$

となり、$1-a$ は無限等比級数の和である。

このaにかえて投入係数aijの集まりAを使えば、$(I-A)$ の逆行列 $(I-A)^{-1}$ は次のように展開される。

$$(I-A)^{-1} = 1 + A + A^2 + \cdots\cdot$$

したがって、右辺の式を一項ずつ計算していけば、その収束値として逆行列が求められることとなる。よって、最終需要Y によって誘発される生産Xは、

$$\begin{aligned} X &= (I-A)^{-1}Y \\ &= (I + A + A^2 + \cdots\cdots)\ Y \\ &= Y + AY + A^2Y + \cdots\cdots \end{aligned}$$

として表される。

ここで、Yは直接需要であり、A・Yは第一次派生需要、A^2・Y（すなわち、A・AY）は、第二次派生需要である。以下、同様に派生需要が次々に繰り返され、その累積結果として最終需要Yに対する必要生産量Xが求められることとなる。このように逆行列係数表は、いわば、波及効果の表ともいえるもので、また、産業連関の乗数効果の表とみることができる。

ここで、もう一度前述の仮設例2を用いて具体的な計算を見てみよう。

前述⑥式より需給バランス式は、

農業（X_1）　$0.1X_1 + 0.2X_2 + Y_1 = X_1$

工業（X_2）　$0.3X_1 + 0.4X_2 + Y_2 = X_2$

これを行列で表せば

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

となる。　$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$ で解くと、

$$\left[\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0.1 & 0.2\\0.3 & 0.4\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1-0.1 & -0.2\\-0.3 & 1-0.4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0.9 & -0.2\\-0.3 & 0.6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\end{pmatrix}$$

となり、産出高のモデル式は次のとおり書かれる。

$$\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.9 & -0.2\\-0.3 & 0.6\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\end{pmatrix}$$

逆行列 $\begin{pmatrix}0.9 & -0.2\\-0.3 & 0.6\end{pmatrix}^{-1}$ は、これを計算すると表７のようになる。

表7　逆行列係数表

	農　業	工　業	行　和
農　業	1.2500	0.4167	1.6667
工　業	0.6250	1.8750	2.5000
列　和	1.8750	2.2917	4.1667

ここで､前の例と同様､最終需要に $Y_1=80$､$Y_2=150$ と与えれば、次のように計算される。

$$\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.9 & -0.2\\-0.3 & 0.6\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}80\\150\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1.2500 & 0.4167\\0.6250 & 1.8750\end{pmatrix}\begin{pmatrix}80\\150\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1.2500\times80+0.4167\times150\\0.6250\times80+1.8750\times150\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}162.5\\331.3\end{pmatrix}$$

これより、表７の逆行列係数の各列（タテ）の示すものは、「ある産業部門に１単位の需要があった場合に誘発される各産業部門の必要生産量」を表し、例えば、農業（X_1）に１億円の需要が生じた場合、農業（X_1）は１億 2500 万円、工業（X_2）は、6,250 万円の生産が誘発されることを示している。

このときの産業全体の最終的な生産水準は、列和の１億 8,750 万円となる。

（２）影響力係数と感応度係数

逆行列係数表は、前述のとおり、最終需要の直接・間接の波及効果を示すものであるが、この波及効果によって、ある産業は産業全体にどの程度の影響を与えているか、また、逆に、他の諸産業からどの程度影響を受けているかを平均的に示す係数が影響力係数と感応度係数であり、この係数から各産業の性格をある程度特徴づけることができる。

すなわち、逆行列係数の列和は、その列部門に最終需要が１単位増加したときの直接・間接の産業全体の必要生産量を示す。

したがって、部門別列和を全部門の列和の平均で除すことにより、どの列部門に対する単位当たりの需要が全産業に与える影響の度合いが強いかを知ることができる。

これが影響力係数で、次の式で示される。

$$\text{影響力係数}=\frac{\text{逆行列の列和}}{\text{逆行列係数の列和の平均}}=\frac{\sum_{i=1}^{n} b_{ij}}{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} b_{ij}}$$

（n：部門数、b_{ij}：逆行列係数）

※　この係数が１より大きい部門は、影響力が平均より大きいことになる。

同様に、逆行列係数の行和は、各部門に最終需要が１単位ずつ増加したときの各行部門が、直接・間接に供給すべき量を示す。したがって、部門行和を全部門の行和の平均で除すことにより、各部門に対する最終需要１単位によりどの行部門がどれ位反応を受けるか、その反応の度合いを知ることができる。

これが感応度係数で、次の式で示される。

$$\text{感応度係数}=\frac{\text{逆行列の行和}}{\text{逆行列係数の行和の平均}}=\frac{\sum_{j=1}^{n} b_{ij}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}}$$

※　この係数が１より大きい部門は、感応度が平均より高いことになる。

このことにより、影響力係数は、一般に各部門からの直接・間接の原材料投入率が高く、輸移入率の低い部門で大きく、感応度係数は、需要部門が多岐にわたり、中間需要比率が高く、輸移入の低い部門で大きくなる。

（３）輸移入の扱いと逆行列の型

産業連関分析では、投入係数が決定的に需要な役割を果たすことは既に述べた。ところが、もうひとつ産業部門相互間での波及効果に重大な影響を与える重要な係数として、輸移入係数（輸移入率）がある。これまでの説明では､特定部門に対する最終需要が中間需要を誘発し、需要が需要を生む形で無限に各産業に波及していくと述べたが、簡略化のために輸移入については何もふれなかった。

しかし、実際には需要の一部は、県外からの輸移入によって賄われるから、最終需要及びこれを初発として誘発される中間需要のすべてが県内生産に波及するわけで

はない。したがって需要の波及過程で県内生産に波及する部分と輸移入に波及する部分とは区別しておく必要があり、このために必要となるのが輸移入係数である。以下、この輸移入係数の定義の仕方とその取り扱い方に応じて異なってくる逆行列の型について要約する。

（説明はすべて競争輸移入型のモデルとし、非競争輸移入型は省略した。）

① $X=(I-A)^{-1}(Y-M)$ 型

これまでの単純なモデルでは、輸移入を含まない封鎖経済の例によったが、実際の産業連関表では、表８のように輸移入が計上されている。

表8　産業連関表（仮設例3）

	産業１	産業２	最終需要	輸移入	生産額
産業１	$a_{11}X_1$	$a_{12}X_2$	Y_1	$-M_1$	X_1
産業２	$a_{21}X_1$	$a_{22}X_2$	Y_2	$-M_2$	X_2
付加価値	V_1	V_2			
生産額	X_1	X_2			

この表の需給バランス式を行列で表示すると、

$$X = AX + Y - M$$

となる。（ただし、Ａは投入係数行列、ＡＸは中間需要を示す）変型して、

$$(I-A)X = Y - M$$

よって、生産水準は次のとおり表される。

$$X = (I-A)^{-1}(Y-M)$$

このモデルは、最終需要（Y）と共に輸移入額（M）も外生的に与えられた場合、最終需要（Y－M）を満たすため必要な県内生産額（X）を算出できることを意味している。ところで、この式の逆行列 $(I-A)^{-1}$ は、投入係数（A）に含まれている輸移入を考慮していないので、最終需要により誘発された生産の波及効果は全て県内で発生するとみなしており、その結果求められる（X）は、全部門の輸移入必要量を県内産品で代替すると仮定したときに生産しなければならない額を含んだ総供給額を示している。

しかし、ここで問題は、輸移入は県内での生産活動状況に大きく依存しており、したがって、内生的に決定されるべき性格をもっているにもかかわらず、生産額（X）が求められないうちに、事前に輸移入を先決しなければならないという不合理を有している。

これに対し、次の二つのモデルは、いずれも輸移入を内生的に取り扱っており、輸移入を波及効果の県外への流出として把握する方法を取っている。

② $X=(I-A+\overline{M})^{-1}Y$ 型

この型は、輸移入は県内各産業の生産水準に比例して決まるとして、輸移入係数（M）を次のとおり定義する。

$$輸移入係数 = \frac{輸移入額}{県内生産額}$$

すなわち、$\overline{M} = \dfrac{M}{X}$

（ただし、$\overline{M}$ は品目別輸移入係数 $m_i = \dfrac{M_i}{X_i}$ を主対角線上に配置した対角行列 $\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}$ である。）

これを表８の需給バランス式に代入すれば、

$$X = AX + Y - \overline{M}X$$

変型して

$$(I-A+\overline{M})X = Y$$

となり、生産水準は次のとおり表される。

$$X = (I-A+\overline{M})^{-1}Y$$

このモデルによって求められる生産額（X）は、県内生産額に限定された額である。

ところで、このモデルにも次のような問題がある。

第１は、輸移入額を該当する部門の生産額で除して輸移入係数を求め、輸移入係数一定の仮定をとっている点である。つまり、輸入品を消費するか、県内産品を消費するかは消費部門によって差はなく、すべての消費部門について輸移入品消費比率が一定であるという前提に立っており、必ずしも現実の経済を説明していない点であり、第２は所与された最終需要（Y）には、県内産品のみでなく輸移入分を含まれていて、しかも、輸移出品についても一部輸移入品を含むものとして与えられている点である。

すなわち、産業連関表では、輸移出は県内生産物の県外への出荷額が計上され、単なる通過取引は計上しない建前になっているにもかかわらず、輸移出品の中に一定割合で輸移入分が含まれているという仮定は実態的でない。

③ $X=[I-(I-\hat{M})A]^{-1}[(I-\hat{M})Y+E]$ 型

上記①及び②のモデルの欠点を取り除くため、最終需要項目のうち輸移出については特別な扱いをし、最終需要を輸移出以外の項目（Y）と輸移出（E）にわけて需給バランス式を設定し、さらに、輸移入係数を輸移入額と生産額との比率から、輸移入額と輸移出を除く総需要

（県内総需要）との比率に改め、輸移出には輸移入分がないような扱いにしたことである。

すなわち、輸移入係数をつぎのとおり定義する。

$$輸移入係数 = \frac{輸移入額}{県内生産額＋輸移出を除く最終需要}$$

記号で示せば、$\hat{M}i = \dfrac{Mi}{\sum_{j=1}^{2} aijXj + Yi}$

これを、$M = \hat{M}(AX + Y)$ と書き変えたうえで次の需給バランス式に代入すれば

$$\begin{aligned} X &= AX + Y + E - M \\ &= AX + Y + E - \hat{M}(AX + Y) \\ &= AX + Y + E - \hat{M}AX - \hat{M}Y \end{aligned}$$

変型して

$$[I - (I - \hat{M})A]X = (I - \hat{M})Y + E$$

が得られ、求める生産水準は次のとおり表される。

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})Y + E]$$

この式の $(I - \hat{M})$ は県内需給率を示しており、$(I - \hat{M})A$ は輸移入品消費率に部門差がないと仮定した場合の県内産品投入係数を、また $(I - \hat{M})Y$ は同じ仮定のもとでの県内産品に対する県内最終需要を意味する。そして、この式の逆行列は輸移入係数の適用に際して輸移出を特別に扱っている点で前のモデルに比して実態的である。

しかし、この式においてもなお同一の輸移入品消費率を仮定せざるを得ないという前提に立っており、このモデルが競争輸移入型である以上やむを得ないことである。

3．最終需要と生産、付加価値、輸移入及び労働誘発

産業連関表による経済構造の現状分析には、原表をそのまま読みとる実態観察的分析と逆行列係数表を利用して行う機能分析があることは、本報告書の第１章で説明しているとおりである。ここでは、後者について、主な分析項目とその分析手法を解説する。なお、以下の説明に用いた具体的計数は、平成 12 年本県産業連関表の３部門統合表（表１）であり、逆行列は産業連関分析モデルのうち $[I - (I - \hat{M})A]^{-1}$ 型を用いた。

まず、表１より投入係数表、逆行列係数表及び輸移入率、県内自給率を計算すると表９、表１０及び表１１のようになる。

表9　投入係数

		第1次産業	第2次産業	第3次産業	内 生 計
中間投入	第1次産業	0.0990	0.0440	0.0028	0.0184
	第2次産業	0.1876	0.3627	0.1108	0.1870
	第3次産業	0.1330	0.2101	0.2265	0.2182
中間投入率		0.4196	0.6168	0.3401	0.4236
付加価値率		0.5804	0.3832	0.6599	0.5764
生　産　額		1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

表10　逆行列係数表

$[I - (I - \hat{M})A]^{-1}$ 型

	第1次産業	第2次産業	第3次産業	行　　和	感応度係数
第1次産業	1.0656	0.0332	0.0039	1.1026	0.7958
第2次産業	0.0960	1.1745	0.0616	1.3320	0.9613
第3次産業	0.1790	0.2778	1.2653	1.7221	1.2429
列　　和	1.3405	1.4855	1.3308		
影響力係数	0.9675	1.0721	0.9605		

表 10 の逆行列係数は次の算式により求められる。

$$[I - (I - \hat{M})A] = \overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} - \left[\overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} - \overset{\hat{M}}{\begin{pmatrix} 0.4051 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6230 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1157 \end{pmatrix}}\right] \times \overset{A}{\begin{pmatrix} 0.0990 & 0.0440 & 0.0028 \\ 0.1876 & 0.3627 & 0.1108 \\ 0.1330 & 0.2101 & 0.2265 \end{pmatrix}}$$

$$= \overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} - \overset{\Gamma}{\begin{pmatrix} 0.5949 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3770 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8843 \end{pmatrix}} \times \overset{A}{\begin{pmatrix} 0.0990 & 0.0440 & 0.0028 \\ 0.1876 & 0.3627 & 0.1108 \\ 0.1330 & 0.2101 & 0.2265 \end{pmatrix}}$$

$$= \overset{I}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} - \overset{\Gamma A}{\begin{pmatrix} 0.0589 & 0.0262 & 0.0016 \\ 0.0707 & 0.1367 & 0.0418 \\ 0.1176 & 0.1858 & 0.2003 \end{pmatrix}}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.9411 & -0.0262 & -0.0016 \\ -0.0707 & 0.8633 & -0.0418 \\ -0.1176 & -0.1858 & 0.7997 \end{pmatrix}$$

〔I −（I -$\hat{M}$ ）A〕の逆行列は次のようになる。

$$\left[I-(I-\hat{M})A\right]^{-1}=\begin{pmatrix}0.9411 & -0.0262 & -0.0016\\ -0.0707 & 0.8633 & -0.0418\\ -0.1176 & -0.1858 & 0.7997\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1.0656 & 0.0332 & 0.0039\\ 0.0960 & 1.1745 & 0.0616\\ 0.1790 & 0.2778 & 1.2653\end{pmatrix}$$

※四捨五入の関係で、式と計算結果が一致しない場合がある。（以下の計算結果についても同じ）

表11　輸移入率と県内自給率

	輸移入率	県内自給率
第１次産業	0.4051	0.5949
第２次産業	0.6230	0.3770
第３次産業	0.1157	0.8843
全産業平均	0.3074	0.6926

(注)
1. 県内自給率＝１－輸移入率
2. 輸移入率＝輸移入額／県内需要額
3. 県内需要額＝中間需要額＋県内最終需要額（輸移出額を除く）

（1）最終需要と生産誘発

① 生産誘発額

各産業部門は、中間需要（生産に必要な原材料としての需要）及び最終需要（消費、投資、輸移出など）を満たすために生産を行うが、究極的には、すべて最終需要を充足するための生産活動と考えることができる。このことは逆に、すべての生産活動は終局的には最終需要によって誘発されるといえるわけで、このようにして誘発された生産額を、最終需要による生産誘発額と呼んでいる。

表12　生産誘発額

(億円)

	消　費	投　資	輸移出	計
第１次産業	454	189	2,368	3,010
第２次産業	4,549	4,658	13,793	23,000
第３次産業	37,764	3,285	12,026	53,075
計	42,767	8,131	28,187	79,085

表１２はこのような考えに立って、最終需要項目別の生産誘発額を求めたものである。これにより、最終需要のうちのどの項目が各産業部門の生産をどれだけ誘発したかがわかる。

すなわち、消費３兆 9,696 億円（表１の消費の計）により各産業が誘発された生産額は、表をタテ（列）にみて第１次産業が 454 億円、第２次産業 4,549 億円、第３次産業３兆 7,764 億円となっており、計の４兆 2,767 億円が消費により誘発された全産業の生産水準を示している。また、表をヨコ（行）にみると、第１次産業は消費で 454 億円、投資で 189 億円、輸移出で 2,368 億円それぞれ誘発され、計 3,010 億円となっている。これは表１の第１次産業の産出額（生産額）3,010 億円と一致しており、第２次、第３次産業についても同様である。当然のことながら、これらの合計は、県内生産額の総額（表１）の７兆 9,085 億円と一致する。

この生産誘発額は、次の算式により求められる。

生産誘発額　（表１０）　（表１１）　項目別最終需要(表１)

［消費による額］［投資による額］＝［逆行列係数］×［県内自給率対角行列］×［消費ベクトル］［投資ベクトル］

$X(Y1)$　$X(Y2)$　$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}=B$　$(I-\hat{M})=\Gamma$　$Y1$　$Y2$

（表１０）　（表１）

［輸移出による額］＝［逆行列係数］×［輸移出ベクトル］

$X(E)$　$[I-(I-\hat{M})A]^{-1}=B$　E

各最終需要項目別に生産誘発額を計算する。

消費による生産誘発額

$$
\begin{array}{cccccc}
 & B & & \Gamma & & Y_1 \\
B\cdot\Gamma\cdot Y_1 = & \begin{pmatrix} 1.0656 & 0.0332 & 0.0039 \\ 0.0960 & 1.1745 & 0.0616 \\ 0.1790 & 0.2778 & 1.2653 \end{pmatrix} & \times & \begin{pmatrix} 0.5949 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3770 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8843 \end{pmatrix} & \times & \begin{pmatrix} 413 \\ 6,147 \\ 33,136 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccc}
 & B & & \Gamma Y_1 \\
= & \begin{pmatrix} 1.0656 & 0.0332 & 0.0039 \\ 0.0960 & 1.1745 & 0.0616 \\ 0.1790 & 0.2778 & 1.2653 \end{pmatrix} & \times & \begin{pmatrix} 0.5949 \times 413 \\ 0.3770 \times 6,147 \\ 0.8843 \times 33,136 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
= \begin{pmatrix} 1.0656 \times 246 + 0.0332 \times 2,317 + 0.0039 \times 29,301 \\ 0.0960 \times 246 + 1.1745 \times 2,317 + 0.0616 \times 29,301 \\ 0.1790 \times 246 + 0.2778 \times 2,317 + 1.2653 \times 29,301 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 454 \\ 4,549 \\ 37,764 \end{pmatrix}
$$

投資による生産誘発額

$$
\begin{array}{cccccc}
 & B & & \Gamma & & Y_2 \\
B\cdot\Gamma\cdot Y_2 = & \begin{pmatrix} 1.0656 & 0.0332 & 0.0039 \\ 0.0960 & 1.1745 & 0.0616 \\ 0.1790 & 0.2778 & 1.2653 \end{pmatrix} & \times & \begin{pmatrix} 0.5949 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3770 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8843 \end{pmatrix} & \times & \begin{pmatrix} 84 \\ 10,268 \\ 1,966 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccc}
 & B & & \Gamma Y_2 \\
= & \begin{pmatrix} 1.0656 & 0.0332 & 0.0039 \\ 0.0960 & 1.1745 & 0.0616 \\ 0.1790 & 0.2778 & 1.2653 \end{pmatrix} & \times & \begin{pmatrix} 0.5949 \times 84 \\ 0.3770 \times 10,268 \\ 0.8843 \times 1,966 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

$$
= \begin{pmatrix} 1.0656 \times 50 + 0.0332 \times 3,871 + 0.0039 \times 1,739 \\ 0.0960 \times 50 + 1.1745 \times 3,871 + 0.0616 \times 1,739 \\ 0.1790 \times 50 + 0.2778 \times 3,871 + 1.2653 \times 1,739 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 189 \\ 4,658 \\ 3,285 \end{pmatrix}
$$

輸移出による生産誘発額

$$
\begin{array}{cccccc}
 & B & & E & & \\
B\cdot E = & \begin{pmatrix} 1.0656 & 0.0332 & 0.0039 \\ 0.0960 & 1.1745 & 0.0616 \\ 0.1790 & 0.2778 & 1.2653 \end{pmatrix} & \times & \begin{pmatrix} 1,847 \\ 11,238 \\ 6,776 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 2,368 \\ 13,793 \\ 12,026 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

② 生産誘発係数

最終需要項目別の生産誘発額（表 12）を、対応する最終需要項目の合計（表 1 の列計）で除した係数を、その最終需要の生産誘発係数と呼び、項目別の 1 単位の最終需要が各産業の生産をどれだけ誘発するか、すなわち、各最終需要の生産誘発度の大小を知ることができる。表 13 がこれである。

表13　生産誘発係数

	消　費	投　資	輸 移 出	計
第 1 次 産 業	0.0114	0.0153	0.1192	0.0419
第 2 次 産 業	0.1146	0.3781	0.6945	0.3200
第 3 次 産 業	0.9513	0.2666	0.6055	0.7384
計	1.0774	0.6601	1.4192	1.1003
最終需要額(列計)	39,696	12,319	19,861	71,876

表 13 でみると、消費が 1 単位増加すると、全産業の生産に 1.0774 単位、そのうち、第 2 次産業に 0.1146 単位の生産誘発が生じている。また、投資及び輸移出の第 2 次産業に対する生産誘発係数は、それぞれ、0.3781、0.6945、であるので、第 2 次産業は消費よりも投資や輸移出でより大きく生産誘発されることを示している。

③ 生産誘発依存度

項目別最終需要によって誘発された産業別の生産誘発額を、生産誘発額合計（行計）で除せば各産業ごとに消費、投資、輸移出による生産誘発額の構成比がわかる。この構成比を生産の最終需要依存度あるいは最終需要項目別生産誘発依存度と呼ぶ。これによって、各産業の生産がいかなる最終需要によっていかほど支えられているか、すなわち、各産業が直接・間接にどの最終需要に依存しているかを知ることができる。

表 12 について構成比を計算すると表 14 のようになる。

表14　生産誘発依存度

	消　費	投　資	輸 移 出	計
第 1 次 産 業	0.1507	0.0626	0.7867	1.0000
第 2 次 産 業	0.1978	0.2025	0.5997	1.0000
第 3 次 産 業	0.7115	0.0619	0.2266	1.0000
計	0.5408	0.1028	0.3564	1.0000

表 14 でみると、第 2 次産業の生産活動は、究極的には消費に 19.78 %、投資に 20.25 %、輸移出に 59.97 % とそれぞれに依存している。

（2）最終需要と付加価値誘発

①　付加価値誘発額

生産額に対する付加価値額の割合は、生産物1単位当たりの付加価値比率を示し、付加価値率と呼ばれる（各産業別の付加価値率は表9のとおり）。

前述したとおり、生産は最終需要によって誘発されるから、その関係を通じて結果的には、最終需要はまた付加価値を誘発する源泉といえる。そこで、最終需要によって誘発される直接・間接の付加価値額は、最終需要項目別生産誘発額の行列（表 12）にそれぞれに対応する各産業の付加価値率（表9）を乗ずることによって求められる。表 15 が最終需要項目別の付加価値誘発額である。

表15　付加価値誘発額

（億円）

	消　費	投　資	輸移出	計
第1次産業	263	109	1,374	1,747
第2次産業	1,743	1,785	5,286	8,814
第3次産業	24,920	2,167	7,936	35,023
計	26,926	4,062	14,596	45,584

表 15 をみると、付加価値誘発額の全産業計 4 兆 5,584 億円は、表 1 の最終需要計 7 兆 1,876 億円によって誘発された付加価値額である。

したがって、表 15 の各産業別計（行計）は、表 1 の各産業別付加価値額とそれぞれ一致する。

この付加価値誘発額は、次のとおり計算される。

付加価値誘発額　　（表9）　　（表１２）

消費による額	投資による額	輸移出による額	=	付加価値率　対角行列	生産誘発額　行列
V(Y1)	V(Y2)	V(E)		$\hat{v}$	B・（ΓY＋E）

（注）付加価値誘発額は、また、次の算式によっても求められる。

（準逆行列）

最終需要項目別付加価値誘発額	=	付加価値率	×	逆行列係数	×	項目別最終需要
V(Y, E)		$\hat{v}$		B		ΓY＋E

$\hat{v}\cdot[I-(I-\hat{M})A]^{-1}$ は、準逆行列係数と呼ばれるもので、これを列について集計すれば総合付加価値係数が求められ、最終需要1単位により直接・間接に誘発される付加価値の大きさを各産業毎に比較することができる。

最終需要項目別に付加価値誘発額を計算する。

消費による付加価値誘発額

$$\hat{v}\cdot B\cdot\Gamma\cdot Y_1=\underset{\hat{v}}{\begin{pmatrix}0.5804&0&0\\0&0.3832&0\\0&0&0.6599\end{pmatrix}}\times\underset{\substack{\text{生産誘発額}\\ B\Gamma Y_1}}{\begin{pmatrix}454\\4,549\\37,764\end{pmatrix}}=\begin{pmatrix}263\\1,743\\24,920\end{pmatrix}$$

投資による付加価値誘発額

$$\hat{v}\cdot B\cdot\Gamma\cdot Y_2=\underset{\hat{v}}{\begin{pmatrix}0.5804&0&0\\0&0.3832&0\\0&0&0.6599\end{pmatrix}}\times\underset{\substack{\text{生産誘発額}\\ B\Gamma Y_2}}{\begin{pmatrix}189\\4,658\\3,285\end{pmatrix}}=\begin{pmatrix}109\\1,785\\2,167\end{pmatrix}$$

輸移出による付加価値誘発額

$$\hat{v}\cdot B\cdot E=\underset{\hat{v}}{\begin{pmatrix}0.5804&0&0\\0&0.3832&0\\0&0&0.6599\end{pmatrix}}\times\underset{\substack{\text{生産誘発額}\\ BE}}{\begin{pmatrix}2,368\\13,793\\12,026\end{pmatrix}}=\begin{pmatrix}1,374\\5,286\\7,936\end{pmatrix}$$

②　付加価値誘発係数

生産誘発係数と同様の考えに立って、項目別最終需要の1単位が、各産業の付加価値をどれだけ誘発するかを示すもので、これは最終需要項目別の付加価値誘発額（表 15）を対応する最終需要項目の合計（表1の列計）で除して求められる。その結果は、表 16 のとおりである。

表16　付加価値誘発係数

	消　費	投　資	輸移出	計
第1次産業	0.0066	0.0089	0.0692	0.0243
第2次産業	0.0439	0.1449	0.2661	0.1226
第3次産業	0.6278	0.1759	0.3996	0.4873
計	0.6783	0.3297	0.7349	0.6342
最終需要額（列計）	39,696	12,319	19,861	71,876

表 16 でみると、全産業は投資よりも消費や輸移出でより大きく付加価値が誘発されることを示している。消費だけについてみると、消費が1単位増加すると全産業の付加価値誘発は 0.6783 単位、そのうち第3次産業は 0.6278 の付加価値誘発が生じていることがわかる。

なお、ここで付加価値の最終需要項目別依存度（付加価値誘発額の最終需要項目別構成比）は、計算方法から生産誘発額のそれと同値になるので省略する。

（３）最終需要と輸移入誘発

① 輸移入誘発額

各産業部門は、需要をまかなうため生産を行うが、需要（中間需要及び最終需要）は、すべて県内産品に依存しているわけではなく、その一部は、輸移入品に頼っている。すでに述べたとおり、生産が最終需要によって誘発されるとすれば、その生産を行うために直接・間接に必要とする輸移入額も最終需要によって誘発されることになり、これを求めれば最終需要のうちどの項目が産業部門の輸移入額をどれだけずつ誘発したかを知ることができる。

表 17 が、最終需要項目別の輸移入誘発額である。

表17 輸移入誘発額

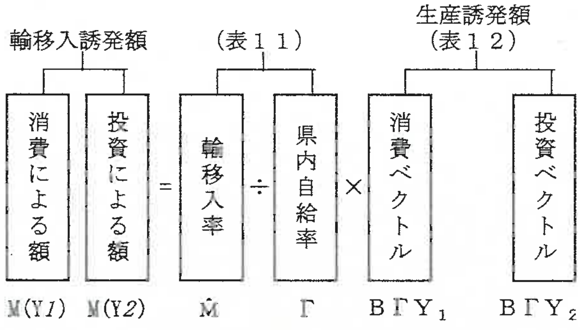
（億円）

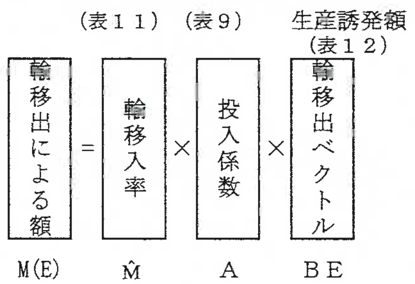
	消費	投資	輸移出	計
第１次産業	309	128	354	792
第２次産業	7, 519	7, 699	4, 224	19, 442
第３次産業	4, 942	430	687	6, 058
計	12, 770	8, 257	5, 265	26, 292

表 17 をみると、輸移入額の全産業合計 2 兆 6,292 億円は、表 1 の最終需要計 7 兆 1,876 億円によって誘発された輸移入額である。

したがって、表 17 の各産業別計（行計）は、表 1 の各産業別輸移入額とそれぞれ一致する。

この輸移入誘発額は、次のとおり計算される。





（注）輸移入誘発額は、次の算式によっても求められる。

輸移入額 $M = \hat{M}(AX + Y)$

生産額 $X = B \cdot [(I - \hat{M})Y + E]$

ただし、 $B = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}$

上の式に代入して展開すると

$$M = \hat{M}AB(I - \hat{M})Y + \hat{M}ABE + \hat{M}Y$$

$$= [\hat{M}AB(I - \hat{M}) + \hat{M}]Y + \hat{M}ABE$$

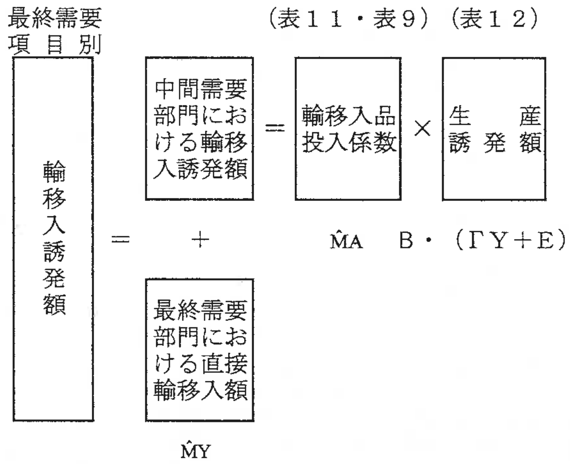
ここで、輸移入額（M）は、輸移出を除く最終需要（Y）により誘発されるものと、輸移出（E）により誘発されるものの合計として定義される。

この式の $\hat{M}AB(I-\hat{M})+\hat{M}$ の列和は、県内最終需要による総合輸移入係数であり、 $\hat{M}AB$ の列和は、輸移出による総合輸移入係数である。したがって、この係数は、消費や投資など県内最終需要または輸移出の１単位によって直接・間接に誘発される輸移入水準を示し、各産業ごとにその大きさを比較することができる。

また、輸移入誘発額（M）は、

$$M = \hat{M}AB[(I - \hat{M})Y + E] + \hat{M}Y$$

と書きかえられ、これを図式化すれば次のとおりとなる。



最終需要項目別に輸移入誘発額を計算する。

消費による輸移入誘発額

$$M(Y_1)=\overset{\hat{M}}{\begin{pmatrix}0.4051&0&0\\0&0.6230&0\\0&0&0.1157\end{pmatrix}}\times\overset{(I-\hat{M})^{-1}=\Gamma^{-1}}{\begin{pmatrix}0.5949&0&0\\0&0.3770&0\\0&0&0.8843\end{pmatrix}^{-1}}\times\overset{\substack{\text{生産誘発額}\\B\Gamma Y_1}}{\begin{pmatrix}454\\4,549\\37,764\end{pmatrix}}$$

$$=\overset{\hat{M}\Gamma^{-1}}{\begin{pmatrix}0.6809&0&0\\0&1.6528&0\\0&0&0.1309\end{pmatrix}}\times\overset{B\Gamma Y_1}{\begin{pmatrix}454\\4,549\\37,764\end{pmatrix}}=\begin{pmatrix}309\\7,519\\4,942\end{pmatrix}$$

投資による輸移入誘発額

$$M(Y_2)=\overset{\hat{M}}{\begin{pmatrix}0.4051&0&0\\0&0.6230&0\\0&0&0.1157\end{pmatrix}}\times\overset{(I-\hat{M})^{-1}=\Gamma^{-1}}{\begin{pmatrix}0.5949&0&0\\0&0.3770&0\\0&0&0.8843\end{pmatrix}^{-1}}\times\overset{\substack{\text{生産誘発額}\\B\Gamma Y_2}}{\begin{pmatrix}189\\4,658\\3,285\end{pmatrix}}$$

$$=\overset{\hat{M}\Gamma^{-1}}{\begin{pmatrix}0.6809&0&0\\0&1.6528&0\\0&0&0.1309\end{pmatrix}}\times\overset{B\Gamma Y_2}{\begin{pmatrix}189\\4,658\\3,285\end{pmatrix}}=\begin{pmatrix}128\\7,699\\430\end{pmatrix}$$

輸移出による輸移入誘発額

$$M(E)=\overset{\hat{M}}{\begin{pmatrix}0.4051&0&0\\0&0.6230&0\\0&0&0.1157\end{pmatrix}}\times\overset{A}{\begin{pmatrix}0.0990&0.0440&0.0027\\0.1876&0.3627&0.1108\\0.1330&0.2101&0.2265\end{pmatrix}}\times\overset{\substack{\text{生産誘発額}\\BE}}{\begin{pmatrix}2,368\\13,793\\12,026\end{pmatrix}}$$

$$=\overset{\hat{M}A}{\begin{pmatrix}0.0401&0.0178&0.0011\\0.1169&0.2260&0.0691\\0.0154&0.0243&0.0262\end{pmatrix}}\times\overset{BE}{\begin{pmatrix}2,368\\13,793\\12,026\end{pmatrix}}=\begin{pmatrix}354\\4,224\\687\end{pmatrix}$$

② 輸移入誘発係数

この係数は、項目別最終需要の１単位が各産業の輸移入額をどれだけ誘発するかを示すもので、最終需要項目別の輸移入誘発額（表 17）を、対応する最終需要項目の合計（表１の列計）で除して求められる。

これは表 18 のとおりとなる。

表18 輸移入誘発係数

	消 費	投 資	輸 移 出	計
第 1 次 産 業	0.0078	0.0104	0.0178	0.0110
第 2 次 産 業	0.1894	0.6250	0.2127	0.2705
第 3 次 産 業	0.1245	0.0349	0.0346	0.0843
計	0.3217	0.6703	0.2651	0.3658
最終需要額(列計)	39,696	12,319	19,861	71,876

表 18 でみると、全産業では消費や輸移出よりも投資でより大きく輸移入が誘発されることを示している。投資だけについてみると、投資が１単位増加すると全産業の輸移入誘発は 0.6703 単位、そのうち、第２次産業は 0.6250 単位の輸移入誘発が生じていることがわかる。

なお、ここで表 16 と表 18 との関係をみると、

付加価値誘発係数計＋輸移入誘発係数計＝１

となっている。消費を例にとれば、0.6783+0.3217=1 で、投資及び輸移出についても同様で、合計値は１である。この関係は、（最終需要合計）－（輸移入合計）＝（付加価値合計）というバランス式から推察できるわけで、すなわち、最終需要１単位あたり誘発される付加価値と輸移入の和は最終需要と同値の１に等しいことを意味している。

このことは、もし、輸移入依存が０であれば最終需要が１単位増加すると、それが回り回って同額１単位の付加価値をもたらすことを示している。

（4）最終需要と労働誘発

従業者あるいは雇用者は産業の生産活動により誘発されるが、その生産活動が最終需要により誘発されるということになると、結局、就業者数も最終需要により誘発されることになる。

この関係は、単位生産額当たりの従業者数あるいは雇用者数の比率（これらをそれぞれ「就業係数」、「雇用係数」と呼ぶ）を介して計算される。(表 19)

各産業部門の就業者数がどの最終需要によってどれだけ誘発されたかをみたのが最終需要項目別就業（雇用）誘発数である。(表 20 及び表 21)

表19　就業係数、雇用係数

	従業者数（人）	雇用者数（人）	生産額（億円）	就業係数	雇用係数
第 1 次産業	107, 394	14, 766	3, 010	35. 6813	4. 9060
第 2 次産業	149, 880	128, 592	23, 000	6. 5164	5. 5909
第 3 次産業	494, 109	430, 291	53, 075	9. 3097	8. 1073
計	751, 383	573, 649	79, 085	9. 5010	7. 2536

表20　就業誘発数

（人）

	消　費	投　資	輸 移 出	計
第 1 次産業	16, 185	6, 727	84, 482	107, 394
第 2 次産業	29, 644	30, 353	89, 882	149, 880
第 3 次産業	351, 569	30, 578	111, 962	494, 109
計	406, 324	77, 252	267, 806	751, 383

表21　雇用誘発数

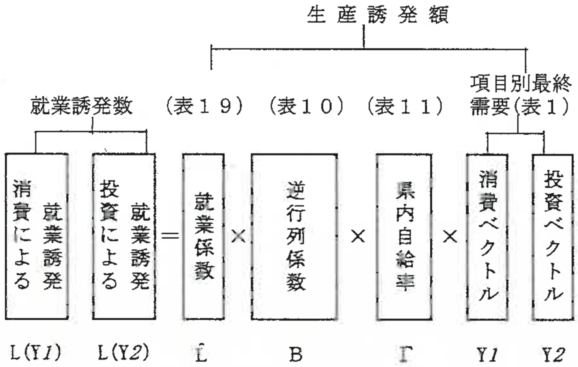
（人）

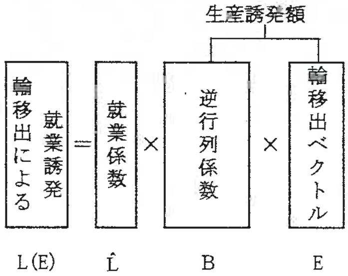
	消　費	投　資	輸 移 出	計
第 1 次産業	2, 225	925	11, 616	14, 766
第 2 次産業	25, 434	26, 042	77, 116	128, 592
第 3 次産業	306, 162	26, 628	97, 501	430, 291
計	310, 211	58, 979	204, 459	573, 649

表 20 をみると、就業誘発数の全産業合計 75 万 1,383 人は表 1 の最終需要合計 7 兆 1,876 億円によって誘発された従業者である。

したがって、表 20 の各産業別計（行計）は表 19 の各産業別従業者数とそれぞれ一致する。

この就業誘発数は次の算式により求められる。





最終需要項目別に就業誘発数を計算すると次のようになる。

消費による就業誘発数

$$\hat{L}\cdot B\cdot \Gamma \cdot Y_1=\underbrace{\begin{pmatrix}35.6813 & 0 & 0\\ 0 & 6.5164 & 0\\ 0 & 0 & 9.3097\end{pmatrix}}_{\hat{L}}\times\underbrace{\begin{pmatrix}454\\ 4,549\\ 37,764\end{pmatrix}}_{B\Gamma Y_1}=\begin{pmatrix}16,185\\ 29,644\\ 351,569\end{pmatrix}$$

投資による就業誘発数

$$\hat{L}\cdot B\cdot \Gamma \cdot Y_2=\underbrace{\begin{pmatrix}35.6813 & 0 & 0\\ 0 & 6.5164 & 0\\ 0 & 0 & 9.3097\end{pmatrix}}_{\hat{L}}\times\underbrace{\begin{pmatrix}189\\ 4,658\\ 3,285\end{pmatrix}}_{B\Gamma Y_2}=\begin{pmatrix}6,727\\ 30,353\\ 30,578\end{pmatrix}$$

輸移出による就業誘発数

$$\hat{L}\cdot B\cdot E=\underbrace{\begin{pmatrix}35.6813 & 0 & 0\\ 0 & 6.5164 & 0\\ 0 & 0 & 9.3097\end{pmatrix}}_{\hat{L}}\times\underbrace{\begin{pmatrix}2,363\\ 13,793\\ 12,026\end{pmatrix}}_{BE}=\begin{pmatrix}84,482\\ 89,882\\ 111,962\end{pmatrix}$$

表 21 の雇用誘発数についても就業係数を雇用係数に置き換えて計算することにより結果が求められる。

４．総合係数

総合係数とは、ある産業に１単位の最終需要が生じたとき、究極的にどれほどの付加価値、輸移入、就業者が誘発されるかをみたものである。

最終需要は消費、投資などの県内需要と輸移出の県外需要に分けられる。この県内需要には直接輸移入分が含まれているものであり、県外需要には直接輸移入分が含まれていない。前者と後者では、輸移入分の有無によって県内への波及効果が異なるため、この２つを区分して計算する。

したがって、県内最終需要による係数（A）と、輸移出による係数（B）と、（A）と（B）を各部門ごとに県内最終需要と輸移出額のウェイトを考慮して加えた「総合」の３つの係数がある。

（1）総合付加価値係数

表22　総合付加価値係数

	総合付加価値係数		
	県内最終需要に係る係数	輸移出に係る係数	総合
1次産業	0.4601	0.7733	0.7069
2次産業	0.2460	0.6526	0.4113
3次産業	0.7612	0.8609	0.7774

表 22 をみると、第１次産業に１単位の県内最終需要が生じた場合は 0.4601 の、また、輸移出が生じた場合は 0.7733 の付加価値が発生することを示している。

この総合付加価値係数は次の算式により求められる。

県内最終需要に係る総合付加価値係数　　$(i \cdot \hat{V} \cdot B \cdot \Gamma)$

＝（付加価値係数の対角行列×逆行列係数×県内自給率）の列和

$$\hat{V} \qquad [I-(I-\hat{M})A]^{-1}=B \qquad \Gamma$$

輸移出に係る総合付加価値係数　　$(i \cdot \hat{V} \cdot B)$

＝（付加価値係数の対角行列×逆行列係数）の列和

$$\hat{V} \qquad B$$

総合　　$W(Y_1, Y_2)(i\,\hat{V}\,B\,\Gamma) + W(E)(i\,\hat{V}\,B)$

＝（県内最終需要のウェイト×県内最終需要にかかる係数）＋（輸移出のウェイト×輸移出に係る係数）

（注）　i　は単位ベクトルで、前方から掛けて行列の列和を求める手法。

各係数について計算する。（表23は総合に用いるウェイト）

表23　最終需要のウエイト

	県内最終需要	輸移出
1次産業	0.2121	0.7879
2次産業	0.5936	0.4064
3次産業	0.8382	0.1618

輸移出に係る総合付加価値係数

$$i\cdot(\hat{V}\cdot B) = \overset{i}{(1\ \ 1\ \ 1)} \times \overset{\hat{V}}{\begin{pmatrix} 0.5804 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3832 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6599 \end{pmatrix}} \times \overset{B}{\begin{pmatrix} 1.0656 & 0.0332 & 0.0039 \\ 0.0960 & 1.1745 & 0.0616 \\ 0.1790 & 0.2778 & 1.2653 \end{pmatrix}}$$

$$= (1\ \ 1\ \ 1) \times \begin{pmatrix} 0.6184 & 0.0192 & 0.0023 \\ 0.0368 & 0.4501 & 0.0236 \\ 0.1181 & 0.1833 & 0.8350 \end{pmatrix} = (\ 0.7733\ \ 0.6526\ \ 0.8609\ )$$

最終需要に係る総合付加価値係数

$$i\cdot(\hat{V}\cdot B\cdot\Gamma) = \overset{i}{(1\ \ 1\ \ 1)} \times \overset{\hat{V}B}{\begin{pmatrix} 0.6184 & 0.0192 & 0.0023 \\ 0.0368 & 0.4501 & 0.0236 \\ 0.1181 & 0.1833 & 0.8350 \end{pmatrix}} \times \overset{\Gamma}{\begin{pmatrix} 0.5949 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3770 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8843 \end{pmatrix}}$$

$$= (1\ \ 1\ \ 1) \times \begin{pmatrix} 0.3679 & 0.0073 & 0.0020 \\ 0.0219 & 0.1697 & 0.0209 \\ 0.0703 & 0.0691 & 0.7384 \end{pmatrix} = (\ 0.4601\ \ 0.2460\ \ 0.7612\ )$$

総合

第１次産業（0.2121×0.4601）＋（0.7879×0.7733）＝0.7069

第２次産業（0.5936×0.2460）＋（0.4064×0.6526）＝0.4113

第３次産業（0.8382×0.7612）＋（0.1618×0.8609）＝0.7774

ところで、付加価値係数を求める式をみると、県内最終需要に係る係数 $i(\hat{V}B\Gamma)$ の $\hat{V}B\Gamma$ は、消費または投資の付加価値誘発額を求める式の $\hat{V}B\Gamma Y_1$ （または $\hat{V}B\Gamma Y_2$ ）からY_1（またはY_2）をとり去ったものである。

また、輸移出に係る係数 $(i\hat{V}B)$ の $\hat{V}B$ も輸移出の付加価値誘発額を求める式の $\hat{V}BE$ からEをとり去ったものである。

このように考えると、以下、総合輸移入係数、総合就業係数は次のようになる。

（２）総合輸移入係数

県内最終需要に係る係数　$i(\hat{M}\Gamma^{-1}B\Gamma)$

輸移出に係る係数　$i(\hat{M}AB)$

総合　$W(Y_1, Y_2)(i\hat{M}\Gamma^{-1}B\Gamma)+W(E)(i\hat{M}AB)$

（３）総合就業係数

県内最終需要に係る係数　$i(\hat{L}B\Gamma)$

輸移出に係る係数　$i(\hat{L}B)$

総合　$W(Y_1, Y_2)(i\hat{L}B\Gamma)+W(E)(i\hat{L}B)$

表23及び表24は各総合係数について上記の算式により計算したものである。

表２４　総合輸移入係数

	総合輸移入係数		
	県内最終需要に係る係数	輸移出に係る係数	総合
１次産業	0.5399	0.2267	0.2931
２次産業	0.7540	0.3474	0.5887
３次産業	0.2388	0.1391	0.2226

表２５　総合就業係数

	総合就業係数		
	県内最終需要に係る係数	輸移出に係る係数	総合
１次産業	23.9827	40.3129	36.8498
２次産業	4.3059	11.4227	7.1980
３次産業	10.8954	12.3211	11.1260